

Omar Mrad, Aurée Grégoire-Forget, Timothy Scott (Équipe 7)

MRAO13099405, GREA20539408, SCOT07129309

Mathématiques financières II

ACT2220, groupe 31

Devoir de mathématiques financières II

Travail présenté à

Monsieur Mathieu M.-Lootzak

Université du Québec à Montréal (UQÀM)

28 mars 2014

Table des matières

Introduction.....	3
Analyse des secteurs et de l'indice global SP/TSX.....	4
Comparaison des portefeuilles.....	7
Analyse du portefeuille à variance minimale.....	14
Conclusion.....	15

Cher Clément,

Suite à la demande que tu nous as faite d'analyser différentes possibilités d'investissement, nous te soumettons un bref rapport qui saura te guider vers un choix éclairé. Tout d'abord, nous avons dû vérifier l'opinion du commentateur des nouvelles financières qui conseillait de préférer les secteurs de l'énergie, des matériaux et des services de télécommunications à l'indice SP/TSX par leurs rendements supérieurs. De plus, nous nous devions de vérifier si, tel qu'historiquement, ces secteurs sont toujours faiblement corrélés à l'indice global. Suite à cette opinion, nous t'avions fait part qu'il serait préférable d'opter pour un portefeuille diversifié entre ces trois secteurs plutôt que d'en choisir qu'un seul. Nous avons donc analysé trois différents portefeuilles qui présentent des pondérations différentes dans les trois secteurs. Comme tu nous avais demandé s'il n'était pas préférable d'investir tout simplement dans l'indice, nous avons cherché à savoir si les portefeuilles présentent un meilleur rendement-risque que l'indice TSX afin d'être en mesure de répondre à ta question. Finalement, comme tu nous as fait part d'un vif intérêt pour l'action Valeant Pharmaceuticals International (7), nous avons déterminé quelle combinaison de ce titre et de l'indice global permet d'obtenir un portefeuille à volatilité minimale et déterminé si ce portefeuille aurait offert un meilleur rendement que l'indice seul. En espérant que ces différentes analyses te permettent de mieux comprendre la gestion d'actifs et de faire un choix éclairé.

L'équipe d'Omar, Aurée et Timothy

ANALYSE DES SECTEURS ET DE L'INDICE GLOBAL SP/TSX

Afin de guider notre analyse des différents secteurs et de l'indice global, permettons-nous de présenter un tableau des rendements annualisés des dernières années, soit sur les périodes de 5 ans du 31 décembre 2004 au 31 décembre 2008, du 31 décembre 2008 au 31 décembre 2013 ainsi que la période de 10 ans du 31 décembre 2004 au 31 décembre 2013. Il est nécessaire de séparer les données en ces trois périodes, car la crise économique de 2008 pourrait avoir durement affecté les rendements.

Tableau 1. Rendements annualisés de l'indice global et des secteurs sur trois périodes

	Indice global TP/TSX	Secteur des matériaux	Secteur des services de télécommunications	Secteur de l'énergie
Rendement annualisé 5 ans au 31 décembre 2008	1,799571%	9,348739%	3,100727%	7,440910%
Rendement annualisé 5 ans au 31 décembre 2013	8,67148%	-1,75725%	9,87833%	6,63661%
Rendement annualisé 10 ans au 31 décembre 2013	5,17942%	3,64710%	6,43560%	7,03800%

Comme il nous est permis de constater, la crise de 2008 a eu un impact sur les rendements des différents secteurs et de l'indice selon les résultats que nous observons. Nous observons que le secteur qui a eu un plus haut rendement diffère d'une période à l'autre. Nous remarquons que les rendements des secteurs n'ont pas toujours été plus élevés que le rendement de l'indice.

Comme nous ne pouvons seulement nous fier aux rendements, nous devons prendre en compte leur corrélation par rapport à l'indice, donc par rapport au marché, que nous présentons ci-dessous.

Tableau 2. Corrélation des différents secteurs avec l'indice global sur trois périodes

	Secteur des matériaux	Secteur des services de télécommunications	Secteur de l'énergie
Corrélation obtenue avec les rendements hebdomadaires au 31 décembre 2008	71,813098%	41,947313%	89,505657%
Corrélation obtenue avec les rendements hebdomadaires au 31 décembre 2013	68,661112%	47,876397%	91,632390%
Corrélation obtenue avec les rendements hebdomadaires des 10 années	70,286015%	44,311297%	89,734892%

Nous mesurons donc le degré d'association entre deux variables par le coefficient de corrélation. Plus le coefficient s'approche des extrémités -1 et 1, plus les variables étudiées sont fortement corrélées et donc sont

dépendantes linéairement. Pour limiter les pertes dues aux changements défavorables du marché, il est préférable de diversifier les risques et de préférer que les titres de notre portefeuille n'évoluent pas tous dans le même sens. En effet, nous voulons que nos titres se « compensent » : si un titre subit une perte de valeur, nous désirons qu'un autre compense et gagne de la valeur. Ainsi, il est préférable d'avoir des titres faiblement corrélés, car si nous choisissons des actifs qui évoluent toujours dans le même sens, nous risquons de perdre beaucoup si l'évolution du marché est défavorable, car les risques des titres s'ajoutent entre eux plutôt que de se compenser.

Une autre donnée utile est la mesure du risque du portefeuille et doit être basée sur le risque systématique, car le risque spécifique est diversifiable. Par contre, le risque systématique ne peut être diversifié, car il affecte tous les titres du marché. Ce risque est mesuré par le lien du rendement du portefeuille avec celui d'un titre, il s'exprime par la quantité bêta. Il est donc primordial de le calculer sur les trois périodes.

Tableau 3. Bêta des différents secteurs par rapport à l'indice global sur trois périodes

	Secteur des matériaux	Secteur des services de télécommunications	Secteur de l'énergie
Bêta obtenu avec les rendements hebdomadaires au 31 décembre 2008	1,17	0,39	1,45
Bêta obtenu avec les rendements hebdomadaires au 31 décembre 2013	1,15	0,38	1,19
Bêta obtenu avec les rendements hebdomadaires des 10 années	1,16	0,39	1,34

Cette donnée nous permet de quantifier la sensibilité du rendement d'un secteur au changement de rendement de l'indice SP/TSX. Un bêta supérieur à 1 nous indique que le secteur aura tendance à varier davantage que l'indice, donc que notre risque de gagner ou de perdre est plus élevé que celui de l'indice. Au contraire, un bêta situé entre 0 et 1 indique que le secteur va varier avec moins d'amplitude que l'indice. Un investisseur qui prévoit une hausse de l'indice va préférer un haut bêta alors qu'un investisseur qui prévoit une baisse de l'indice va préférer un bêta qui s'approche de 0. Pour un investisseur qui ne cherche pas à anticiper les variations de l'indice et qui désire se contenter de variations égales à celles de celui-ci, il est préférable d'opter pour un secteur dont le bêta se rapproche de 1.

Analyse du secteur des matériaux

Les rendements de ce secteur étaient assez élevés avant la crise, ils étaient même supérieurs à ceux de l'indice global. Par contre, comme il était moyennement corrélé, lorsque le marché a chuté, le secteur a lui aussi subi une perte. Il est envisageable de penser que si une crise est survenue dans les dernières années, d'autres peuvent survenir dans le futur. Ainsi, comme le secteur est moyennement corrélé avec le marché, une crise pourrait encore une fois affecter ses rendements. Pour ce secteur, par rapport à l'opinion du commentateur, il est faux d'affirmer qu'il est très faiblement corrélé à l'indice, car comme vu dans le tableau 2, la corrélation pour les trois périodes est d'environ 70% avec un bêta d'environ 1,16. Comme les titres sont assez fortement corrélés, le

bêta a une certaine importance et nous indique que le secteur aura tendance à varier davantage que l'indice. De plus, les rendements ne sont pas supérieurs à ceux de l'indice global depuis la crise, ils sont même beaucoup plus bas.

Analyse du secteur des services de télécommunication

Nous observons des rendements supérieurs pour ce secteur par rapport à ceux de l'indice, que ce soit avant ou après la crise. La corrélation est quant à elle environ de 44%, ce qui est considéré comme faible par rapport aux autres secteurs. Puisqu'il y a une faible corrélation, le faible bêta de 0,39 n'a pas d'importance comparativement aux autres secteurs beaucoup plus corrélés à l'indice. Il est ainsi logique d'observer des rendements qui ne sont pas beaucoup affectés par la chute du marché en 2008 puisque la corrélation est faible. Nous pouvons donc confirmer la validité du commentateur par rapport à ce secteur.

Analyse du secteur de l'énergie

Nous observons un rendement annualisé supérieur à l'indice avant la crise. Par contre, après la crise, le rendement se trouve à être inférieur. Par rapport aux autres secteurs, il est celui dont les rendements annualisés sont les moins variables dans le tableau 1. Comme le secteur des matériaux, nous constatons que l'opinion du commentateur est fautive, car le secteur est très fortement corrélé à l'indice (environ 90% de corrélation) et que les rendements ne sont pas toujours supérieurs à ceux de ce dernier.

Analyse globale

En conclusion, les rendements des secteurs sont seulement supérieurs pour la période pré-crise (2004 à 2008) et le seul secteur faiblement corrélé à l'indice est celui des services de télécommunication. Ainsi, nous invalidons l'opinion du commentateur, puisqu'il ne s'applique pas à tous les secteurs et les horizons de temps.

COMPARAISON DES PORTEFEUILLES

Plusieurs données nous permettent de déterminer lequel des trois portefeuilles nous devrions préférer aux autres. Tout d'abord, l'écart-type est la première mesure que nous avons calculé des portefeuilles afin d'être en mesure de déterminer lequel des portefeuilles est préférable aux autres par rapport à cette donnée.

Tableau 4. Écart-type annualisé basé sur 252 jours des portefeuilles sur 10 ans

	Indice	A	B	C
2013	0.8813778496007090%	1,0846691569372800%	1,5408317583616100	1,2473367245532400%
2012	1.05825092816%	1,35355398376%	1,30400395970	0,92295019332%
2011	19.17310007917%	2,294873971248%	19,39493602828	14,63212559554%
2010	15.02585504788%	19,22585181882%	18,53348614786	12,27916834364%
2009	33.89240731981%	46,85500552144%	29,95519103008	24,17308591536%
2008	44.71344680757%	58,61328447980%	57,03060655951	43,80969968459%
2007	14.08517104163%	17,69568505349%	18,70340844820	16,21268489441%
2006	16.98246697992%	27,44501876375%	20,88044034915	16,20799343237%
2005	15.92669544809%	26,79931978891%	24,14676921324	18,94821310212%
2004	12.13243876391%	17,86804896939%	16,00261469984	15,24239317773%

Tableau 5. Écart-type annualisé basé sur les rendements mensuels des portefeuilles sur deux périodes

	Indice	A	B	C
Écart-type annualisé basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2008 (pré-crise)	14.963868%	21,640644%	18,430113%	15,057955%
Écart-type annualisé basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2013 (post-crise)	12.642144%	14,751499%	15,522100%	11,814559%

D'après les deux tableaux, on confirme que l'écart-type le moins élevé des trois portefeuilles est celui du portefeuille C, et ce parmi tous les horizons de temps (pré-crise et post-crise). Cette donnée est importante, puisqu'un investisseur désire avoir un portefeuille à volatilité minimale pour minimiser le risque à obtenir des rendements très inférieurs. Nous devons par contre analyser les différents rendements, puisqu'un petit écart-type peut être associé à de petits rendements, ce qui n'est pas toujours préférable. Avant de passer à cette étape, nous allons d'abord déterminer le semi écart-type basé sur les rendements mensuels de chacun des portefeuilles, car cette mesure asymétrique du risque permet de considérer les résultats du « mauvais côté » et donc de déterminer si l'écart-type calculé plus tôt est influencé par les déviations positives qui peuvent dissimuler l'importance des déviations négatives.

Tableau 6. Semi écart-type annualisé basé sur les rendements mensuels des portefeuilles sur deux périodes

	Indice	A	B	C
Semi-écart-type annualisé basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2008 (pré-crise)	20.073979%	26,377297%	24,827502%	22,617635%
Semi-écart-type annualisé basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2013 (post-crise)	13.93038%	17,68914%	16,21385%	14,89134%

Comme il a été mentionné plus tôt qu'il est préférable de choisir le plus petit écart-type afin de minimiser les pertes, il est conséquemment préférable de choisir le plus petit semi écart-type. En effet, puisqu'il considère seulement les résultats en dessous de la moyenne, il nous indique si les écarts positifs dissimulent ceux négatifs. Ainsi, dans le même sens qu'allait notre conclusion par rapport aux écarts-types, le portefeuille C représente celui le moins risqué par rapport à ces paramètres.

Afin de déterminer la meilleure relation rendement-risque, nous devons non seulement comparer les écarts type, mais aussi les rendements obtenus des trois portefeuilles.

Tableau 7. Rendement annualisé basé sur les rendements mensuels des portefeuilles sur deux périodes

	Indice	A	B	C
Rendement annualisé basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2008 (pré-crise)	1.799571%	7.336887%	7.227439%	5.567714%
Rendement annualisé basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2013 (post-crise)	8.671483%	5.894995%	3.952073%	6.551694%

Nous pourrions analyser les différentes relations rendement-risque de chaque portefeuille et de l'indice lors de notre analyse ci-dessous. Avant de passer à cette étape, permettons-nous de déterminer la Valeur À Risque (VAR) paramétrique et non paramétrique des portefeuilles. Elle est la perte maximale espérée sur un certain horizon avec un niveau de confiance prédéfini, dans notre cas à 95%. Pour utiliser la VAR paramétrique, il faut supposer que la distribution des résultats des portefeuilles est normale. Dans le cas de la VAR non paramétrique, nous nous servons plutôt des distributions historiques, car les rendements ne sont généralement pas distribués normalement. Observons d'abord les résultats que nous avons obtenus.

Tableau 8. Valeur à risque mensuelle non-paramétrique au seuil de 95% des portefeuilles sur deux périodes

	Indice	A	B	C
VAR mensuelle non-paramétrique basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2008 (pré-crise)	-6,0421524%	-10,6734267%	-8,8548488%	-7,2674932%
VAR mensuelle non-paramétrique basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2013 (post-crise)	-5.54907%	-6,20213%	-6,19317%	-4,63456%

Tableau 9. Valeur à risque mensuelle paramétrique au seuil de 95% des portefeuilles sur deux périodes

	Indice	A	B	C
VAR mensuelle paramétrique basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2008 (pré-crise)	-6.95653%	-9,63808%	-8,07455%	-6,60855%
VAR mensuelle paramétrique basé sur les rendements mensuels sur 5 ans au 31 décembre 2013 (post-crise)	-5.30745%	-6,51142%	-7,03944%	-5,07286%

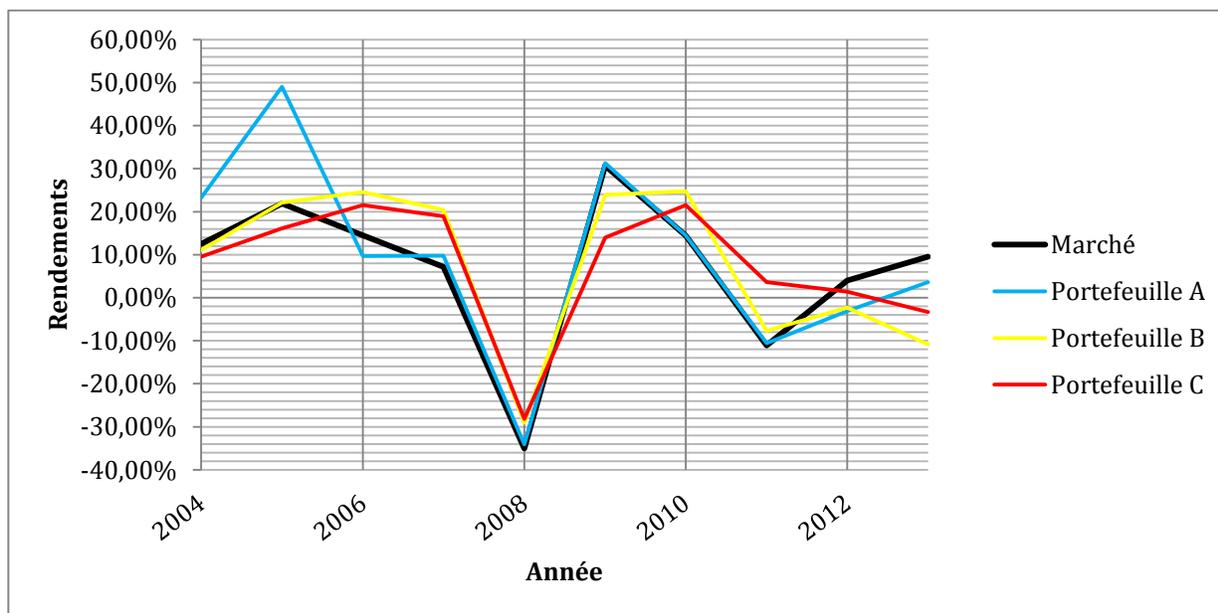
Comme mentionnées plus tôt, ces données nous permettent de déterminer quelle est la perte maximale espérée sur un certain horizon et un niveau de confiance prédéfini. La valeur à risque dépend de trois paramètres : la distribution des résultats des portefeuilles, le niveau de confiance choisi et l'horizon temporel choisi. Deux méthodes sont possibles : paramétrique, qui suppose une distribution normale, et non paramétrique, qui utilise une distribution historique. Pour un investisseur, il est préférable d'opter pour un portefeuille ayant la plus grande VAR possible, donc celle la plus rapprochée de zéro si les VAR sont négatives. Ainsi, avec un niveau de confiance préétablie de 95%, nos pertes devraient dépasser la valeur à risque établie que dans 5% des cas. Afin de guider notre choix final, nous devons analyser les trois portefeuilles séparément.

Portefeuille A

Concernant l'écart-type, le portefeuille A a un écart-type supérieur à celui de B pour la période pré-crise et inférieur à ce dernier pour la période post-crise. Par rapport au portefeuille C, l'écart-type de celui-ci est toujours inférieur. Ensuite, le rendement de ce portefeuille est plus ou moins égal au portefeuille B et supérieur à C pour la période pré-crise. Par contre, il est inférieur à C pour la période post-crise et bien supérieur au portefeuille B. Le portefeuille A est le plus risqué pour la période pré-crise. De plus, le semi écart-type est

supérieur aux autres portefeuilles pour les deux périodes étudiées. Ainsi, les déviations positives dissimulent celles négatives, ce qui n'est pas dans l'intérêt de l'investisseur. Pour ce qui est de la VAR non-paramétrique de ce portefeuille, elle est la plus négative par rapport aux autres pour les deux périodes analysées. Dues aux limitations que nous expliquerons ci-dessous, la VAR non-paramétrique de A est supérieure à celle de B pour la période post-crise, mais celle paramétrique est inférieure pour la même période. Nous constatons donc que malgré certaines limites à notre analyse, le portefeuille A semble être moins avantageux que les autres par rapport à sa valeur à risque. Ainsi, ce portefeuille est plus risqué que les autres, car comme il est majoritairement composé d'un secteur (énergie) qui est fortement corrélé à l'indice, il est donc le plus influencé par ce dernier. Le graphique suivant le montre par la courbe du portefeuille A qui suit les tendances du marché.

Graphique 1. Historique des rendements annuels sur 10 ans



Portefeuille B

Pour la période pré-crise, le portefeuille B a un écart-type inférieur à celui de A, mais supérieur à celui de C. Au contraire, pour la période post-crise, ce portefeuille a un écart supérieur à celui de A et encore une fois supérieur à celui de C. Avant la crise, nous observons des rendements plus ou moins égaux à A, mais supérieurs à C. Cette affirmation ne s'applique pas pour la période post-crise : les rendements de B sont très inférieurs à ceux de A et C. Les semi écarts-types des deux périodes du portefeuille B se situent entre ceux des deux autres. En accord avec ce que nous avons mentionné plus tôt, la VAR paramétrique de B se situe entre celles des deux autres pour les deux périodes et c'est aussi valide pour la VAR non-paramétrique de ce portefeuille pour la période pré-crise, mais invalide pour la période post-crise, car la VAR est la plus négative. En conclusion, malgré une légère différence entre nos valeurs à risque des deux différentes méthodes, le portefeuille B est le plus diversifié parmi les trois portefeuilles par ses pondérations plus ou moins égales des trois secteurs et il constitue un portefeuille moins risqué qu'est celui de A.

Portefeuille C

Comme nous le constatons par les analyses des deux portefeuilles précédents, le portefeuille se distingue des deux autres par ses écarts-types, ses semi écarts-types et ses VAR (paramétrique et non paramétrique) toujours inférieurs aux autres données. Par contre, les rendements pour la période pré-crise sont les plus faibles, mais ils s'améliorent pour la période post-crise et sont même meilleurs que les deux autres portefeuilles pour cette période. En conclusion, comme le portefeuille est majoritairement composé du secteur des télécommunications, il est le moins corrélé avec le marché. Ainsi, il est peu influencé par les variations du marché, et comme nos données nous l'indiquent, ce secteur a connu de très bons résultats sur la période que nous étudions.

Nous avons donc déterminé quels sont les majeurs avantages et inconvénients de chaque portefeuille :

Tableau 8. Avantages et inconvénients

	Avantages	Inconvénients
Portefeuille A	Dépendance au marché : si le marché va bien, le portefeuille A se comporte bien (grand bêta, donc plus grande variabilité que le marché = grand rendement)	Dépendance au marché : dans le sens contraire, si le marché se porte mal, le portefeuille va suivre la tendance
Portefeuille B	Le plus diversifié	Plus ou moins dépendant au marché : ne prend pas autant d'avantage des bons résultats du marché par rapport A
Portefeuille C	Indépendance au marché = réagit moins aux crises du marché ; le moins risqué des 3 portefeuilles	Indépendance au marché = si le marché va bien, il n'en prendra pas d'avantage ; majoritairement dépendant du secteur des télécommunications

Limitations des résultats

Nous devons être conscients que certaines limitations peuvent avoir un impact sur nos résultats tels que :

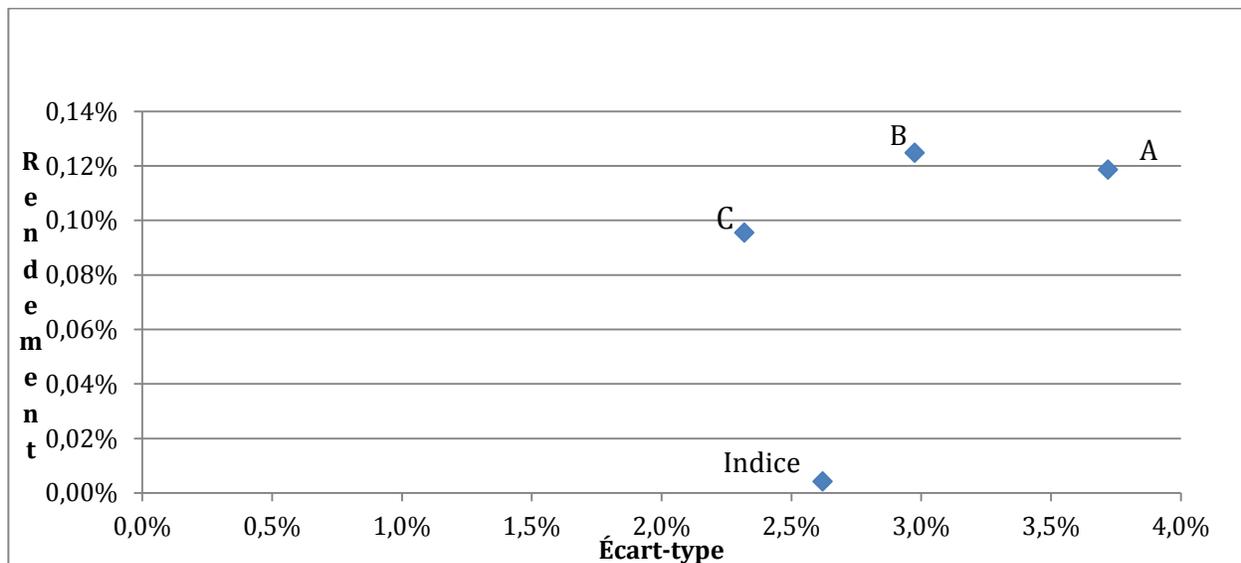
- Implication de l'hypothèse d'une distribution normale des rendements pour la VAR paramétrique, alors que les données ne sont habituellement pas distribuées normalement
- Anticipation des résultats futurs en fonction de ceux passés, ce qui ne peut être certainement fiable
- Sous-estimation des pertes supérieures à la VAR calculée
- Détermination de la taille de l'échantillon : si l'échantillon étudié a une taille trop élevée, nous perdons la cohérence temporelle alors que si elle est trop petite, nous perdons la précision des données

Ainsi, notre analyse se base sur certains paramètres qui peuvent être plus ou moins justes, mais nous n'avons pas les connaissances requises pour déterminer cet impact sur nos données. Nous présentons donc nos résultats en étant conscients qu'ils sont sujets à certaines limites.

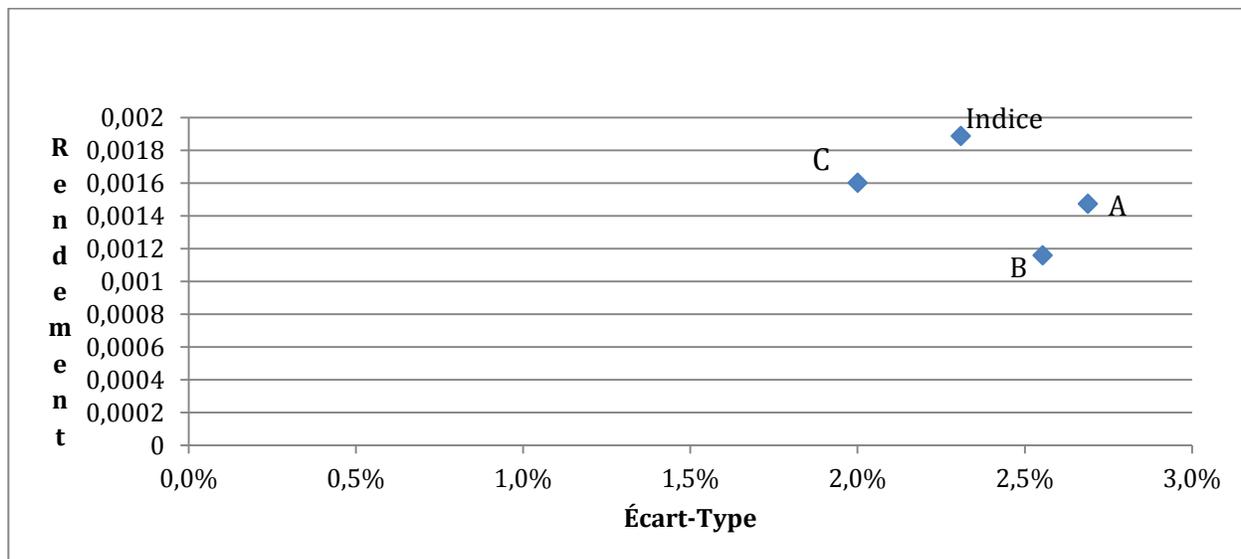
Comparaison de la relation rendement-risque des portefeuilles et de l'indice

Afin de déterminer lequel des portefeuilles ou de l'indice présente la meilleure relation rendement-risque, nous sommes appuyés sur les graphiques qui suivent, qui se basent sur les rendements hebdomadaires :

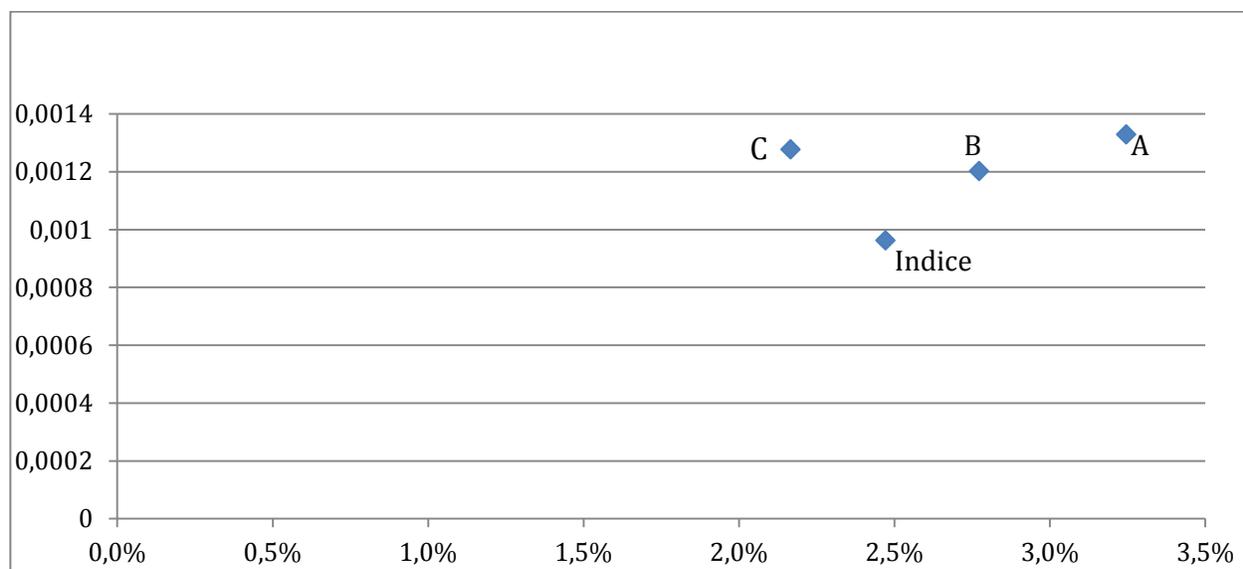
Graphique 2. Relation rendement-risque pour la période pré-crise



Graphique 3. Relation rendement-risque pour la période post-crise



Graphique 4. Relation rendement-risque pour la période des 10 années



Pour la période pré-crise, le graphique 2 montre que le marché offre de loin le plus faible rendement pour un écart-type qui est supérieur à celui de C, mais inférieur aux deux autres. Ainsi, pour cette période, l'indice ne constitue pas le choix le plus rentable pour un investisseur, nous ne le préférons donc pas aux portefeuilles. Pour la période post-crise, l'indice offre le meilleur rendement pour un écart-type inférieur à celui de la période pré-crise et celui-ci se situe de la même façon par rapport aux autres. Pour la période globale des 10 années, nous constatons que la meilleure relation rendement-risque est celle pour le portefeuille C. Les portefeuilles A et B offrent des rendements supérieurs à l'indice, mais en contrepartie ils ont des variations plus importantes que le marché. Comme l'objectif d'un investisseur est de se déplacer en haut à gauche du graphique rendement-risque, nous ne pouvons affirmer que l'indice TSX présente une meilleure relation-risque que les portefeuilles.

Détermination du meilleur portefeuille

L'analyse du portefeuille A montre que de miser sur un secteur très fortement corrélé au marché (énergie) peut nous donner les pires résultats et les meilleurs résultats dépendamment de ce dernier. Ceci nous pousse à penser que ce dernier serait intéressant pour des investisseurs qui ont de l'attrance pour le risque, qui sont experts du marché et confiants de ses promesses futures.

Pour ce qui est du portefeuille C, nous constatons que si nous misons sur un secteur donné, essayons d'être le moins lié au marché et que ce secteur se porte bien, nos résultats seront satisfaisants par de très bons rendements, une variation minimale et une influence minime des crises ou pertes subies par le marché. Par contre, ce portefeuille tire très peu avantage des hausses du taux du marché et sera très fortement dépendant du secteur choisi (télécommunications). De ce fait, si le secteur vient à décliner, le portefeuille ne peut prédire que les rendements futurs seront aussi bons, ce qui nous porte à penser que ce portefeuille serait intéressant pour des investisseurs qui sont experts d'un secteur donné, qui veulent miser sur celui-ci et qui sont confiants de son potentiel futur.

Pour terminer, l'analyse du portefeuille B montre qu'en étant celui le plus diversifié, il prend en compte de différents secteurs qui sont fortement ou faiblement corrélés au marché. Ceci veut dire que la dépendance au

marché est diminuée : si le marché se porte mal, on pourra compter sur les secteurs très peu corrélés avec ce dernier pour amortir les pertes et inversement. Comme nous ne sommes ni expert du marché ou du secteur de télécommunication particulièrement, nous préférons le portefeuille B qui est le portefeuille le moins risqué pour un futur investisseur, mais qui permet tout de même d'obtenir d'assez bons résultats.

ANALYSE DU PORTEFEUILLE À VOLATILITÉ MINIMALE

La dernière analyse faite détermine la combinaison de l'action Valeant Pharmaceuticals International (7) et de l'indice global dans le but de trouver le portefeuille à volatilité minimale. Pour déterminer le poids de chacun, plusieurs données sont nécessaires :

Calcul 1. Détermination des poids optimaux du portefeuille

$$\omega_i = \frac{Var(action) - Cov(action, indice)}{Var(action) + Var(indice) - 2 * Cov(action, indice)}$$

où variance (action) = 0,00023781

variance (indice) = 0,002685

covariance (action, indice) = 0,00023781

(voir la liste des équations pour plus de détail)

⇒ poids indice = 91,1105% et poids action = 1 – poids indice = 8,8895%

Ainsi, ces proportions minimisent la volatilité du portefeuille. Pour trouver celle-ci, nous faisons le calcul suivant :

Calcul 2. Détermination de la variance et volatilité minimale

$$Variance\ min. = (\omega_a * \sigma_a)^2 + (\omega_i * \sigma_i)^2 - 2 * \omega_a * \omega_i * \sigma_{ai}$$

où ω_a = poids action, ω_i = poids indice (trouvés ci – dessus)

σ_a = écart – type action = 0,051814

σ_i = écart – type indice = 0,021830

σ_{ai} = covariance (action et indice) (indiqué ci – dessus)

⇒ Variance min. = 0,04553182% et volatilité min. = 2,13381869%

Finalement, afin de déterminer s'il serait préférable d'opter pour ce portefeuille ou pour l'indice global seul, nous devons comparer le rendement obtenu sur les 5 dernières années. Pour ce qui est de l'indice global seul, nous l'avons calculé précédemment et nous obtenons un rendement sur 5 ans au 31 décembre 2013 de 53,882%. Pour ce qui est du portefeuille à variance minimale, nous devons le calculer :

Calcul 3. Rendement du portefeuille sur 5 ans au 31 décembre 2013

$$\text{Rendement} = \omega a * ra + \omega i * ri$$

où ωa = poids action, ωi = poids indice (trouvés ci – dessus)

ra = rendement action sur 5 ans = 1250,940%

ri = rendement indice sur 5 ans = 53,882%

$$\Rightarrow \text{Rendement} = 160,2938\%$$

Pour terminer cette analyse, nous comparons ces rendements et déterminons que le rendement du portefeuille à volatilité minimale composée de l'action Valeant Pharmaceuticals International (7) et de l'indice SP/TSX (160,2938%) est très supérieur au rendement de l'indice seul (53,882%) sur la période des 5 dernières années. Il faut donc opter pour le portefeuille à variance minimale.

CONCLUSION

Somme toute, nos analyses nous permettent de préférer certains choix par rapport à d'autres. Tout d'abord, nous ne pouvons valider l'opinion du commentateur puisque son affirmation ne peut s'appliquer à tous les secteurs analysés. La comparaison des différents portefeuilles composés des trois secteurs au secteur nous a menés à choisir le portefeuille B par rapport aux deux autres et à déterminer que d'investir tout simplement dans l'indice n'est pas choix préférable que d'investir dans les portefeuilles puisque sa relation rendement-risque ne nous semble pas être meilleure. Pour conclure ce travail, nous avons déterminé le portefeuille à variance minimale de l'indice avec l'action dont tu as un intérêt particulier, Valeant Pharmaceuticals International, qui après notre analyse, offre de bien meilleurs rendements que l'indice TSX seul. Nous espérons que ce rapport t'aide à mieux comprendre un segment de l'immense monde que la finance nous offre et te permet de faire un choix éclairé par rapport à de futurs investissements.

L'équipe d'Omar, Audrée et Timothy